Guía docente de la asignatura

Asignatura	AMPLIACIÓN DE TEORÍA DE FUNCIONES		
Materia	Análisis Matemático		
Módulo			
Titulación	Máster en Investigación en Matemáticas		
Plan	431	**Código**	52373
Periodo de impartición	Cuatrimestral	**Tipo/Carácter**	Optativa
Nivel/Ciclo	Máster	**Curso**	Único
Créditos ECTS	6		
Lengua en que se imparte	Castellano de preferencia. En el supuesto de haber alumnos de habla no hispana, la asignatura se impartirá en inglés o francés.		
Profesor/es responsable/s	Jorge Mozo Fernández		
Datos de contacto (E-mail, teléfono…)	Correo electrónico: jorge.mozo@uva.es; teléfono 983 184100		
Horario de tutorías	Se acordará con los alumnos matriculados.		
Departamento	Álgebra, Análisis Matemático, Geometría y Topología		

1. Situación / Sentido de la Asignatura

1.1 Contextualización

Asignatura de alto valor formativo que enlaza con los conocimientos de Variable Compleja del Grado en Matemáticas.

1.2 Relación con otras materias

Establece nociones fundamentales para el desarrollo de la inmensa mayoría de las materias en la Matemática.

1.3 Prerrequisitos

Se trata de un curso avanzado de variable compleja, como lo que el alumno debería conocer la teoría elemental de funciones de variable compleja: funciones holomorfas, integral de Cauchy, residuos. Dentro de lo posible, se harán las adaptaciones de los contenidos precisas para acomodarse a los conocimientos de los alumnos matriculados.

2. Competencias

Se indican a continuación las descritas en la Memoria Verifica del Máster.

2.1 Generales

G1.- Conocimiento del método científico.

Conocer el método científico, en particular en el ámbito de las Matemáticas, formulando modelos e hipótesis de trabajo relevantes y planificando el análisis en relación con dichas hipótesis y la discusión de las conclusiones, de modo que se pueda avanzar en el conocimiento de las Matemáticas.

G2.- Competencia para aplicar los conocimientos adquiridos.

Es la capacidad para aplicar los conocimientos técnicos adquiridos, de forma coherente y profesional, sobre todo en contextos novedosos o en constante renovación, que impliquen la realización de una actividad matemática.

G3.- Capacidad crítica, de análisis y síntesis, y capacidad de interpretación.

Ser capaz de emitir juicios críticos sobre propuestas, hipótesis y validez científica de las conclusiones, así como sintetizar la presentación de propuestas y resultados, en el ámbito de las Matemáticas y de sus aplicaciones.

G4.- Competencias metodológicas.

Es la capacidad para elegir la metodología más adecuada para el desarrollo de la investigación de un problema, adaptándola al contexto en el que se origina el problema.

G5.- Capacidad para valorar la originalidad y creatividad.

Es la competencia para reconocer la originalidad en la concepción, formulación y resolución de problemas, sobre todo en el ámbito de la investigación matemática.

G6.- Capacidades de comunicación.

Ser capaz de presentar, de forma oral y escrita, y tanto ante públicos especializados como no especializados, resultados avanzados de investigación en Matemáticas, teniendo en cuenta los antecedentes en la investigación, las hipótesis de trabajo, los desarrollos y las conclusiones.

G7.- Capacidad de trabajo en equipo.

Capacidad para el desarrollo de una actividad matemática dentro de un equipo de investigación, bajo supervisión o de forma autónoma, pero al servicio de un proyecto investigador común, que puede ser multidisciplinar.

G9.- Desarrollar el interés por la formación permanente.

Promover un interés permanente para ampliar conocimientos y el desarrollo de un perfil profesional específico, mediante el estudio, la reflexión y la investigación.

G10.- Capacidad de aprendizaje autónomo.

Adquirir las destrezas necesarias para el aprendizaje autónomo en el ámbito de las Matemáticas, conociendo las fuentes de conocimiento para dicho aprendizaje y su utilización, y motivando el aprendizaje a lo largo de la vida en el ejercicio de la actividad matemática.

2.2 Específicas

E1.- Adquisición de destrezas técnicas generales en el ámbito de una o varias disciplinas Matemáticas.

Comprende esta competencia la capacidad de utilización de forma profesional del lenguaje y de las técnicas avanzadas propias de algunas de las especialidades de las Matemáticas, para favorecer la interpretación fluida de las fuentes especializadas de dichas disciplinas y la formulación adecuada de nuevos problemas en el ámbito de dicha especialidad.

E2.- Capacidad de comprensión de las bases teóricas y técnicas en las que se apoyan los conceptos y métodos de las materias propias de alguna de las especialidades de las Matemáticas.

Comprende esta competencia la adquisición del corpus teórico que sustenta los conceptos y métodos de las materias propias de alguna de las especialidades de las Matemáticas, y la capacidad para un manejo experto y fluido de dichos conocimientos.

E4.- Capacidad y destrezas para la gestión de las fuentes de la investigación en Matemáticas.

Comprende esta competencia la capacidad del estudiante para la búsqueda y gestión de documentación y bibliografía especializada, en el ámbito específico de la especialización en Matemáticas que le sea propia; el uso racional y crítico de ésta para determinar el estado del arte en un determinado problema, y el dominio de los recursos bibliográficos pertinentes.

E5.- Capacidad de aplicar y adaptar los modelos teóricos y las técnicas específicas tanto a problemas abiertos en su línea de especialización, como a problemas provenientes de otros ámbitos ya sean científicos o técnicos.

Competencia para adaptar los modelos teóricos propios de cada una de las disciplinas de las Matemáticas para el estudio de problemas abiertos relacionados o para el análisis de otros problemas provenientes de los ámbitos científicos y tecnológicos.

E6.- Capacidad de analizar problemas, detectando el posible uso de modelos matemáticos para contribuir a su comprensión y resolución.

Comprende esta competencia la capacidad analítica frente a nuevas situaciones para identificar la aplicación de modelos matemáticos, existentes o de nuevo diseño, que contribuyan a la comprensión y solución de los problemas planteados.

E7.- Capacidad de defender trabajos de investigación avanzados en el ámbito de sus líneas de especialización así como de mantener debates científicos sobre los mismos, ya sean estos propios o adquiridos.

Capacidad estrechamente vinculada a la competencia de una buena comunicación científica, en el ámbito propio de la especialización adquirida, tanto para defender las tesis propias como para debatir con juicio crítico con terceros, en una relación entre pares.

E8.- Capacidad de discernir entre las diferentes orientaciones de las técnicas específicas que concurren en la comprensión y resolución de un problema, comprendiendo la oportunidad y el uso de cada una de ellas individualmente así como la cooperación entre ellas de cara a la resolución global del problema.

E9.- Capacidad de comprender nuevos avances y perspectivas científicas en el ámbito de la investigación en las líneas de su especialización.

Competencia para comprender la formulación de nuevos avances, en el ámbito de la investigación propio de cada disciplina de las Matemáticas, y las perspectivas que plantean.

E10.- Capacidad de detectar líneas de trabajo e investigación emergentes en al ámbito de las Matemáticas o de sus aplicaciones, identificando la relación, origen e influencia con el estado de conocimiento propio de cada una de las especializaciones de las Matemáticas.

Competencia para reconocer líneas de investigación emergentes en el ámbito de las Matemáticas o de sus aplicaciones, identificando las interrelaciones existentes con cada una de las especialidades.

E13.- Capacidad para la utilización de las nuevas tecnologías en el ámbito de la investigación en Matemáticas.

La potencia de cálculo disponible con las nuevas tecnologías ha supuesto en el quehacer matemático la incorporación de una herramienta de gran potencia para explorar la frontera del conocimiento, en todas y cada una de las disciplinas de las Matemáticas, así como en sus aplicaciones. Con esta competencia el alumno podrá utilizar métodos computacionales, según el ámbito de estudio de su especialidad, en la investigación matemática.

E16.- Adquirir una visión global y comprensiva de la Investigación en Matemáticas.

Comprende esta competencia la adquisición de una visión global de la investigación en Matemáticas, que valore la complementariedad de los enfoques matemáticos propios de cada disciplina para avanzar en el conocimiento, así como el estado actual de las líneas de investigación más activas en cada una de las áreas de conocimiento de las Matemáticas.

E17.- Adquirir recursos y destrezas para la comunicación de resultados de investigación en Matemáticas de forma clara, ante audiencias especializadas y no especializadas.

3. Objetivos

Adquisición de los conceptos, técnicas y métodos básicos de la teoría avanzada de funciones de variable compleja.

4. Tabla de dedicación del estudiante a la asignatura

ACTIVIDADES PRESENCIALES	HORAS	ACTIVIDADES NO PRESENCIALES	HORAS
Clases teóricas	30	Estudio autónomo individual o en grupo	60
Resolución de problemas	15	Preparación y redacción de ejercicios u otros trabajos	18
Clases con ordenador		Documentación: consultas bibliográficas, Internet…	17
Tutorías y seminarios	7		
Sesiones de evaluación	3		
Total presencial	**55**	**Total no presencial**	**95**

5. Bloques temáticos

Bloque 1: ÚNICO

Carga de trabajo en créditos ECTS: 6

a. Contextualización y justificación

Las de la asignatura.

b. Objetivos de aprendizaje

Conocer una serie de resultados de la teoría avanzada de funciones de variable compleja, así como su relación con la investigación reciente que se realiza sobre esta materia. La asignatura se planteará como un camino hacia algunos resultados importantes para los que se precisa del uso de la variable compleja, concretamente los teoremas de Picard sobre funciones enteras y singularidades esenciales, así como el teorema de los números primos. De hecho se tomará una u otra orientación dependiendo de los intereses de los alumnos matriculados. En cualquier caso se enfatizará en que las matemáticas no son parcelas estancas, y es absurdo estudiar esta materia, o ninguna otra, sin relacionarla con otras áreas, máxime en un máster de investigación. Por lo tanto, se explorarán las relaciones con la geometría algebraica, el álgebra conmutativa, o la topología algebraica, por ejemplo, aunque no se requiere tener conocimientos previos de estas materias.

Entre los temas clásicos, se estudiarán las familias de funciones normales, los productos infinitos y la representación de funciones enteras, lo que no permitirá estudiar problemas de crecimiento de funciones, ya sean enteras o definidas en conjuntos apropiados (teoremas de Phrágmen-Lindelof). Estudiaremos la prolongación analítica de funciones y el teorema de monodromía. Asimismo, las funciones doblemente periódicas nos permitirán introducir las parametrizaciones de curvas elípticas. Se estudian estas, y otras funciones especiales, en particular la función zeta de Riemann, para tratar de abordar los resultados básicos antes mencionados (o al menos uno de ellos). De nuevo, dado que se trata de un máster de investigación, se atenderán los intereses científicos de los alumnos y el profesor. Así, se darán las herramientas para el estudio de las ecuaciones diferenciales holomorfas o los desarrollos asintóticos.

c. Contenidos

La siguiente lista contiene una serie de temas, de entre los que se extraerán los que se expliquen en la asignatura, de acuerdo con los conocimientos previos e intereses de los alumnos. Se trata de una asignatura orientada a la investigación en análisis complejo, dinámica holomorfa y geometría, con lo cual el temario es evolutivo, y como se ha dicho, variará dependiendo de los intereses de los estudiantes y del profesor, orientándose a distintas áreas de investigación.

1) Espacios de funciones holomorfas. Teorema de representación conforme de Riemann:

Lema de Schwarz y consecuencias. Automorfismos e isomorfismos notables. Aspectos geométricos del análisis complejo.

El espacio de las funciones holomorfas en un abierto con la topología compacta-abierta.

Familias acotadas, compactas y normales. Los teoremas de Montel y Vitali.

El teorema de la representación conforme de Riemann.

2) Dinámica holomorfa global.

Conjuntos de Julia y Fatou de un polinomio.

Conjuntos de Julia y Fatou de una función racional. Relación con las familias normales de funciones.

3) Teorema de Runge:

Aproximación de funciones holomorfas en un compacto por funciones racionales.

Teorema de Runge. Aproximación polinomial y conexión simple.

4) Funciones armónicas:

Las funciones armónicas como partes reales de funciones holomorfas.

Propiedad del valor medio. Fórmula integral de Poisson.

Problema de Dirichlet en un disco y en otros dominios.

Desigualdades de Harnack y consecuencias.

Fórmulas de Poisson y Poisson-Jensen.

5) Factorización y crecimiento de las funciones enteras:

Productos infinitos. Funciones holomorfas definidas mediante productos infinitos.

Factores elementales de Weierstrass. Teorema de factorización de Weierstrass.

Teorema de Mittag-Leffler. Teoremas de interpolación.

Orden exponencial y tipo de una función entera. Propiedades y fórmulas.

Exponente de convergencia. Productos canónicos. Teorema de factorización de Hadamard.

Conjuntos de a-valores de una función entera.

Crecimiento de funciones no enteras: teoremas de Phrágmen-Lindelof.

6) Prolongación analítica:

Elemento de función analítica. Prolongación directa y puntos singulares. Series lacunares.

Principio de reflexión de Schwarz.

Prolongación a lo largo de curvas. El teorema de monodromía.

7) Funciones elípticas:

Funciones meromorfas periódicas. Funciones elípticas.

Función elíptica de Weierstrass. Propiedades y ecuaciones que verifica, y funciones relacionadas.

8) Introducción a la dinámica holomorfa en una variable.

Gérmenes de funciones holomorfas. Teoremas de clasificación formal y analítica (Poincaré, Koenigs,...).

Grupos de gérmenes de funciones holomorfas. Grupos resolubles. Propiedades.

Aplicaciones.

d. Métodos docentes

La asignatura se plantea de manera participativa. El profesor dará algunas orientaciones sobre los temas, que serán desarrollados por los alumnos. Se fomentará el debate, y las discusiones de carácter científico sobre la materia, y su relación con otras áreas.

e. Plan de trabajo

El método de trabajo será el siguiente:

- Se proporcionarán al alumno materiales docentes, ya sea elaborados por el propio profesorado de la asignatura, ya de fácil acceso en la red o en la biblioteca, para que aquel se encargue de preparar la materia con antelación a su presentación en las clases magistrales participativas o de resolución de problemas.

- Una vez realizada la explicación de cada parte teórica y práctica de la asignatura, resolviendo las dudas o cuestiones que puedan haber surgido, se pedirá que el alumno trabaje de forma individual o en grupo sobre una colección de problemas proporcionada por el profesor, que puede ser ampliada con la bibliografía propuesta.

- Parte de estos problemas serán resueltos en clase, ilustrando los resultados teóricos y desarrollando las técnicas de resolución propias de la materia.

f. Evaluación

Por la naturaleza de la asignatura, se evaluará de manera continua al ser de tipo participativo.

g. Bibliografía básica

Ash, R.B., Novinger, W.P. "Complex Variables".

Éste será el libro de texto fundamental. Sus autores lo han hecho libremente disponible en la red.

Conway J.B. "Functions of One Complex Variable I". Springer Verlag, 1978.

Falconer, K. “Fractal geometry. Mathematical Foundations and Applications”. Wiley, 2003.

Markushevich A. "Teoría de las Funciones Analíticas" (vols. I y II). MIR, 1971.

Milnor, J. “Dynamics in One Complex Variable”. Princeton University Press, 2006.

Remmert R. "Theory of Complex Functions". Springer Verlag, 1991.

Remmert R. "Classical Topics in Complex Function Theory". Springer Verlag, 1998.

i. Recursos necesarios

El profesorado de la asignatura hará accesible a los alumnos el conjunto de materiales y recursos de apoyo que considere adecuado utilizar en la preparación de la asignatura, a través de la página web de la Uva, de la reprografía del centro o, cuando lo considere conveniente, mediante el entorno de trabajo en la plataforma Moodle ubicada en el Campus Virtual de la Universidad de Valladolid.

6. Temporalización (por bloques temáticos)

BLOQUE TEMÁTICO	CARGA ECTS	PERIODO PREVISTO DE DESARROLLO
Único	6	Septiembre-enero

7. Tabla resumen del sistema de calificaciones

INSTRUMENTO/PROCEDIMIENTO	PESO EN LA NOTA FINAL	OBSERVACIONES
Pruebas de evaluación continua	100%	Ver el apartado 5.f (Evaluación)

8. Consideraciones finales